

การพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย¹

นาริส ศรีสวัสดิ์²

จุฑา ธรรมชาติ³

สุพรรณา สุวรรณชาติ⁴

ชิดชนก เชิงเขาวี⁵

จิระวัฒน์ ต้นสกุล⁶

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) สร้างและตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลาย และ 2) ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในด้านความเที่ยงในการตรวจให้คะแนน ความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และความตรงตามสภาพ มีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย (ป.4-ป.6) สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา นราธิวาส เขต 1 จำนวน 60 คน ชั้นละ 20 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน แบบทดสอบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นประกอบด้วยข้อคำถามแบบอัตนัย 5 ข้อ มีเกณฑ์ให้คะแนนแบบรูบรีคส์แยกองค์ประกอบตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา ผลการพัฒนาแบบทดสอบ พบว่า แบบทดสอบมีคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อหา มีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง 0.7-1.0 ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนด (≥ 0.70) ทุกข้อ ผลการใช้เกณฑ์ให้คะแนนระหว่างผู้ตรวจสองคนพบมีความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจสูง ($r_{xy}=.99, p<.01$) แบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นมีค่าความยากง่ายทั้งฉบับเท่ากับ 0.67 และค่าอำนาจจำแนกทั้งฉบับเท่ากับ 0.28 และแบบทดสอบมีค่าความเที่ยงด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค เท่ากับ 0.80 และมีความตรงตามสภาพโดยนักเรียนกลุ่มทราบผลมีค่าเฉลี่ยคะแนนสอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 [$t(58)=2.59, p=.006, d=0.68$]

คำสำคัญ: แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา

¹ บทความวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของสารนิพนธ์หลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมิน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

² นักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมิน คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

³ อาจารย์ที่ปรึกษา สังกัดคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

⁴⁻⁶ อาจารย์สังกัดคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

Development of Mathematical Problem-Solving Skills Test for Upper Elementary School Students¹

Naris Srisawat²

Juta Tammachart³

Supansa Suwannachatri⁴

Chidchanok Choengchao⁵

Jirawat Tansakul⁶

Abstract

This research aimed to (1) develop and examine content validity of a mathematical problem-solving test for upper primary school students, and (2) examine the quality of the test in terms of inter-rater reliability, difficulty, discrimination, and concurrent validity. The sample consisted of 60 upper elementary school students (Grades 4–6) under the Narathiwat Primary Educational Service Area Office 1, with 20 students from each grade level, selected through multi-stage random sampling. The developed test consisted of five open-ended questions with analytic scoring rubrics based on Polya's problem-solving procedures. The results of the test development revealed that the test demonstrated satisfactory content validity, with the Index of Item-Objective Congruence (IOC) ranging from 0.70 to 1.00, which met the established criterion (≥ 0.70) for all items. The results of the inter-rater reliability analysis showed that the scoring was consistent and accurate between the two raters, $r_{xy} = .99$, $p < .01$. The developed test was relatively easy and had a moderate discrimination. The overall difficulty index of the test was 0.67, and the overall discrimination index was 0.28. Furthermore, the test achieved a high internal consistency reliability, with a Cronbach's alpha coefficient of 0.80. Regarding concurrent validity, the known-groups validation revealed that the high-performing group of students obtained a statistically significantly higher mean score than the general group of students at the .01 level, $t(58) = 2.59$, $p = .006$, $d = 0.68$.

Keywords: Mathematical problem-solving skills test, Problem-solving skills
Problem-solving based on Polya's approach

¹ This research article is part of the Master of Education thesis in Research and Evaluation, Faculty of Education, Prince of Songkla University, Pattani Campus

² Master of Education student in Research and Evaluation, Faculty of Education, Prince of Songkla University, Pattani Campus

³ Advisor, Faculty of Education, Prince of Songkla University, Pattani Campus

⁴⁻⁶ Lecturer, Faculty of Education, Prince of Songkla University, Pattani Campus

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนควรได้รับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพไม่ว่าจะเป็นความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) ทั้งนี้ทักษะการคิดแก้ปัญหา เป็นทักษะการคิดขั้นสูง มีขั้นตอนการคิดและซับซ้อนขึ้นเพื่อให้ได้คำตอบตามเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ที่ต้องการ (ราชบัณฑิตยสภา, 2558)

ทักษะการแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องอาศัยองค์ความรู้ร่วมกับทักษะต่าง ๆ มาใช้ในรูปแบบของกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้สามารถดำเนินการแก้ไขปัญหในแต่ละสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้นในตนเอง การแก้ปัญหเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้โดยเริ่มจากการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นทักษะในการวิเคราะห์ปัญหา แปลข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหา และค้นหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ตลอดจนสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้ นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560)

พฤติกรรมแก้ปัญหามathematicsของนักเรียนในพื้นที่จังหวัดนราธิวาสจากผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติ (O-NET) โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ ประจำปีการศึกษา 2564 พบว่า นักเรียนยังไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีเนื้อหาโจทย์ยาวซับซ้อน นอกจากการปรับกระบวนการจัดการเรียนรู้แล้ว นักเรียนควรมีโอกาสได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาและได้รับการทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง การประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันต้องเน้นทักษะกระบวนการและสนับสนุนให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์มากยิ่งขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2553) การประเมินทักษะการแก้ปัญหาก็ควรให้ความสำคัญต่อความสามารถของนักเรียนในการแสดงวิธีการ กระบวนการ ขั้นตอนการแก้ปัญหจากโจทย์ หรือสถานการณ์ที่ได้กำหนดขึ้น เป็นการประเมินทักษะปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบอัตนัย (ชญาทิพย์ ชูช่วย, 2563; พิไลพร แซ่มซ้อย, 2552) การสร้างเครื่องมือประเมินทักษะปฏิบัติจำเป็นจะต้องใช้ข้อคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายกระบวนการหรือขั้นตอนในการปฏิบัติควบคู่กับการใช้เกณฑ์ให้คะแนนแบบรูบริคส์ เพื่อสะท้อนถึงกระบวนการและความสำเร็จของผลงาน (กมลวรรณ ตังธนกานนท์, 2557; สมศักดิ์ ภูวิภาดาธารธน์, 2544; Johnson & Svingby, 2007) ขณะเดียวกันนักเรียนสามารถนำผลประเมินที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องและตรงตามข้อบกพร่องของตนเอง ซึ่งจะเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้การประเมินเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน

จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแนวทางการประเมินทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า มีการนำกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) มาใช้กันอย่างแพร่หลาย กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยาประกอบด้วย การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบผล ซึ่งมีความเป็นระบบและลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและนักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองด้วยการนำผลประเมินการคิดแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนมาปรับปรุงพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาของตนเองตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้อย่างชัดเจน การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการดังกล่าว เป็นการใช้ผลประเมินเป็นข้อมูลป้อนกลับในการพัฒนาตนเอง ซึ่งจากผลการวิจัยที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนที่ได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของโพลยาจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ (ศิลากาญจน์ รุ่งเรือง, 2559; อมินตรา หลมุนา, 2563) การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จึงควรให้ความสำคัญทั้งกระบวนการและผลลัพธ์ อาศัยกระบวนการพัฒนาที่เป็นระบบขั้นตอน และนักเรียนสามารถใช้ผลประเมินพัฒนาตนเองได้อย่างเหมาะสม

จากปัญหาดังกล่าวและช่องว่างในงานวิจัย ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายให้สอดคล้องตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยนำกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยามาใช้ออกแบบเครื่องมือในครั้งนี้ เพื่อให้แบบทดสอบและเกณฑ์การประเมินที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้เป็นเครื่องมือประเมินทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ขณะเดียวกัน ก็เป็นนวัตกรรมการประเมินที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้และการพัฒนาตนเองของนักเรียน

วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างและตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลาย
2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในด้านความเที่ยงในการตรวจให้คะแนน ความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และความตรงตามสภาพ

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลายตามสาระเนื้อหาในตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง เศษส่วน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ในการสร้างแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ประยุกต์กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) มาใช้ในการออกแบบข้อคำถาม กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา และสร้างเกณฑ์ประเมินผลทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบผล แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีการตรวจสอบคุณภาพในด้านความตรง

เชิงเนื้อหา ความตรงตามสภาพ ความเที่ยงในการตรวจให้คะแนน ความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แนวคิดเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การคิดแก้ปัญหเป็นกระบวนการคิดและรวบรวมข้อมูลโดยอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมมาใช้วางแผน เลือกวิธีการแก้ปัญห และดำเนินการแก้ปัญหาย่อยอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อจัดการกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาได้อย่างรวดเร็วถูกต้องและมีประสิทธิภาพซึ่งเป็นผลมาจากการนำความรู้ที่มีมาค้นหาคำตอบ ในการคิดแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์วางแผนแก้ปัญห และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560; สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2550; มัณฑรา ธรรมบุศน์, 2551; วรธนา เหล่าไพศาลพงศ์, 2554; ญดาภัก กิจทวี, 2551; รัตติกาล สิริยาศ, 2560) การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการหรือวิธีการที่จะให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา โดยอาศัยการวางแผน รวบรวมข้อมูล แนวทางการแก้ปัญหที่หลากหลายประยุกต์ความรู้และประสบการณ์ที่มี ร่วมกับข้อมูลที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ปัญหา เพื่อเป็นแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหานั้น

การแก้ปัญหเป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ (problem solving as a goal) (Krulik & Reys, 1980) หลักสูตรและการเรียนการสอนในชั้นเรียนจะต้องให้ความสำคัญกับการฝึกปฏิบัติ ให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบด้วยตนเอง ขณะเดียวกันการแก้ปัญหาก็เป็นกระบวนการ (problem solving as a process) ด้วยเช่นกัน โดยเป็นกระบวนการหรือขั้นตอนที่นักเรียนได้คิดและลงมือทำเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา อันสะท้อนถึงกระบวนการคิด วิธีการ และกลวิธีสำคัญที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ การแก้ปัญหาก็เป็นทักษะพื้นฐาน (problem solving as a basic skill) ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้โจทย์ปัญหา เป็นการทำความเข้าใจปัญหา การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการแก้ปัญหของครูจะต้องเน้นพัฒนานักเรียนทั้งในส่วนทักษะ (skill) มโนคติ (concept) และการแก้ปัญห (problem solving) จะเห็นว่าการแก้ปัญหามีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นการเรียนรู้เนื้อหา กระบวนการคิด และการฝึกปฏิบัติ ซึ่งการแก้ปัญหานั้นเป็นทั้งทักษะความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหา และการหาคำตอบของปัญหา (อัมพร ม้าคอง, 2553)

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่ต้องอาศัยเวลาในการพัฒนาไม่ได้เกิดขึ้นในทันที การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบหรือสิ่งที่ไม่รู้จากปัญหาโดยอาศัยวิธีการที่อาจไม่ได้คำตอบในทันทีทันใด (Polya, 1980; National council of teachers of mathematics, 2000) และเป็นการหาคำตอบด้วยกระบวนการที่ไม่ทราบล่วงหน้ามาก่อน (อัมพร ม้าคอง, 2553) การหาคำตอบของนักเรียนจะต้องอาศัยความรู้ที่มีอยู่เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหที่เกิดขึ้น อย่างไรก็ตาม การแก้ปัญหไม่ได้มีเป้าหมายเพื่อหาคำตอบของปัญหาเพียงอย่างเดียว แต่ยังมีเป้าหมายเพื่อพัฒนากระบวนการคิดและสร้างความรู้จากวิธีการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาคือ การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยเวลาในการฝึกฝนเป็นประจำและคิดแก้ปัญหที่ซับซ้อนมากขึ้น เพื่อนักเรียนจะได้รับการพัฒนาทักษะการคิดของตนเองและได้ความรู้ใหม่จากกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1973) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นที่ยอมรับและมีการนำมาใช้อย่างแพร่หลาย 4 ขั้นตอน คือ ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบ โดยขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหาจะเป็นการพิจารณาว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร ต้องการให้นักเรียนค้นหาอะไร โจทย์ได้กำหนดอะไรมาให้บ้าง เกี่ยวข้องกับความรู้ใดบ้าง การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการวาดภาพ การเขียนตาราง การบอกหรือเขียนสถานการณ์ปัญหาด้วยภาษาของตนเองช่วย ในขั้นวางแผนแก้ปัญหาจะเป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้อย่างไร การพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนมีอยู่ เพื่อกำหนดแนวทางแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา ขั้นต่อมาจะเป็นการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการลงมือปฏิบัติ ตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนจะต้องตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนในแผนที่วางไว้หรือเลือกยุทธวิธีใหม่จนกว่าจะได้คำตอบ และขั้นสุดท้าย เป็นการตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักเรียนสามารถทบทวนวิธีการอื่น ๆ ในการหาคำตอบ และขยายแนวคิดไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาอื่นได้

Troutman and Betty (1995) ได้ประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาไปใช้ แต่ได้กำหนดขั้นตอนเพิ่มเติม คือ การขยายผลและการบันทึกผลการแก้ปัญหา ขณะที่ มัณฑนา พรหมรักษ์ (2556) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับแนวคิดของโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นวิเคราะห์ปัญหาหรือทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ จากการศึกษากระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและนักวิจัยทั้งในและต่างประเทศดังกล่าว จะเห็นว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยาเป็นแนวคิดที่มีการนำไปใช้อย่างแพร่หลาย รวมถึงเป็นต้นแบบแนวคิดที่มีการนำไปต่อยอดในงานวิจัยอื่น ๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสังเคราะห์ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของโพลยาเป็นแนวทาง โดยพิจารณาถึงความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ คุณลักษณะนักเรียน และบริบทการเรียนการสอน ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการวิจัยเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบผล โดยขั้นทำความเข้าใจปัญหาจะเป็นการวิเคราะห์หาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรและโจทย์ต้องการทราบสิ่งใด ขั้นวางแผนแก้ปัญหาจะเป็นการเชื่อมโยงข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการทราบว่า จะใช้วิธีการใดมาแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเลือกวิธีการที่จะใช้ในการหาคำตอบ ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาคือขั้นที่ให้นักเรียนปฏิบัติตามแผนที่กำหนดไว้ และขั้นตรวจสอบผลจะเป็นขั้นที่ให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงจนคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้

การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมาคมครุคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000 อ้างถึงใน บุญญาธิ์ แซ่หล่อ, 2564) กล่าวถึงหลักการประเมินผลทางคณิตศาสตร์ว่าควรเป็นการสนับสนุนการเรียนรู้ในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ผลการประเมินควรเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนและครู โดยในส่วนนักเรียนนั้น การประเมินผลควรเป็นการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ครูควรใช้การประเมินผลเป็นเครื่องมือตัดสินใจ

เลือกวิธีสอนที่มีความเหมาะสมกับนักเรียน การประเมินผลควรเป็นกิจกรรมต่อเนื่องในชั้นเรียนและเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอนมากกว่าทำให้กิจกรรมในชั้นเรียนหยุดชะงัก การประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ควรสะท้อนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนรู้ สะท้อนถึงพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนโดยอาศัยกระบวนการประเมินอย่างต่อเนื่อง มีการประเมินด้วยความเสมอภาคและเป็นกระบวนการที่เปิดเผยเพื่อแสดงให้เห็นข้อสรุปที่น่าเชื่อถือ วิไล โพธิ์ชื่น (2555) กล่าวถึงแนวโน้มการประเมินผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ว่าควรเน้นกระบวนการคิดและการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าคำตอบที่นักเรียนคิดได้ แบบทดสอบที่ใช้ควรเป็นแบบอัตนัยที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าถามความรู้หรือนิยาม และครูควรมีการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนการสอน

การประเมินผลควรสนับสนุนการเรียนรู้และสะท้อนกระบวนการคิดของผู้เรียนมากกว่าการดูเพียงคะแนนสอบหรือคำตอบที่ถูกต้อง (NCTM, 2000; วิไล โพธิ์ชื่น, 2555) การประเมินจึงทำได้หลากหลายวิธี เช่น การสังเกตและสอบถาม การตรวจผลงาน และการประเมินจากแฟ้มสะสมงาน ทั้งนี้เครื่องมือที่เหมาะสมที่สุดคือแบบทดสอบอัตนัยที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงวิธีคิดทุกขั้นตอน (พิชิต ฤทธิ์จัญญ, 2564; อัมพร ม้าคอง, 2553) ส่วนการตรวจให้คะแนนนิยมอ้างอิงเกณฑ์ของ Polya (1973) ซึ่งแบ่งเป็น 2 รูปแบบหลัก ได้แก่ เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) ของปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ที่ประเมินภาพรวมของคุณภาพผลงานเป็น 4 ระดับ ส่วนการให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กำหนดเกณฑ์ไว้แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) ตามขั้นตอน คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ ทั้งนี้เกณฑ์ดังกล่าวต้องผ่านการตรวจสอบความตรงและความเที่ยงระหว่างผู้ประเมินเพื่อความน่าเชื่อถือ (สุวิมล ว่องวานิช, 2553)

วิธีการดำเนินการวิจัย

ประชากรและตัวอย่าง

การวิจัยเรื่องนี้มีประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด เขต 1 ผู้วิจัยกำหนดขนาดตัวอย่างพิจารณาจากสถิติทดสอบที่ใช้ในการวิจัยด้วยโปรแกรม G*Power กำหนดสถิติทดสอบกลุ่มการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบที่แบบประชากรสองกลุ่มแบบเป็นอิสระต่อกัน กำหนดให้เป็นการทดสอบแบบทางเดียว ระบุค่าความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ (α) ที่ระดับ .05 ค่าอำนาจการทดสอบ ($1-\beta$) มีค่าเท่ากับ .95 ค่าขนาดอิทธิพลมีค่าเท่ากับ .9 และกำหนดให้สัดส่วนประชากรสองกลุ่ม (N_2/N_1) มีค่าเท่ากับ 0.6 ทำให้ได้ตัวอย่างวิจัยจำนวน 60 คน ในการดำเนินการสุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยใช้วิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน เริ่มจากการสุ่มโรงเรียนจำนวน 1 โรงเรียนด้วยวิธีการสุ่มอย่างง่าย จากนั้นสุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายในโรงเรียนด้วยการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิ เริ่มจากการจำแนกนักเรียนตามระดับชั้น (ประถมศึกษาปีที่ 4-6) แล้วสุ่มนักเรียนอย่างง่ายระดับชั้นละ 20 คน เพื่อเป็นตัวอย่างทดลองใช้แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น

กระบวนการพัฒนาเครื่องมือ

ผู้วิจัยพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 โดยกำหนดจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบไว้จำนวน 5 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนรูบริคส์แบบแยกองค์ประกอบตามขั้นตอนของ Polya (1973) การดำเนินการเริ่มจากการ

กำหนดจุดมุ่งหมายของการสร้างแบบทดสอบ มีการศึกษามาตรฐาน ค 1.1 และตัวชี้วัด ป.4/14, ป.5/5, ป.6/8 ในการออกข้อสอบผู้วิจัยออกข้อสอบคู่ขนานรวม 10 ข้อ ตามสัดส่วนข้อสอบ ป.4 : ป.5 : ป.6 เท่ากับ 2:2:1 พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน โดยคำถามที่ใช้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่ในชีวิตประจำวัน ของนักเรียน ในการตรวจสอบคุณภาพความตรงเชิงเนื้อหาและเกณฑ์การให้คะแนน มีผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน ประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์ 2 คน และผู้เชี่ยวชาญด้านการประเมินผล 1 คน ข้อคำถามและเกณฑ์ให้คะแนนที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องมากกว่า 0.7 จะถือว่ามีความตรงเชิง เนื้อหา (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) ทั้งนี้ ผู้วิจัยมีการปรับปรุงข้อคำถามตามข้อเสนอแนะของ ผู้เชี่ยวชาญก่อนจะนำข้อคำถามที่มีคุณภาพความตรงเชิงเนื้อหามารวมเป็นแบบทดสอบ และนำไป ทดลองใช้กับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยและวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบในด้านความตรง ตามสภาพ ความเที่ยงในการตรวจให้คะแนน ความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบใน ขั้นตอนต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยการขอความอนุเคราะห์ในการใช้เครื่องมือและเก็บ รวบรวมข้อมูลเสนอต่อผู้บริหารโรงเรียนที่เป็นตัวอย่าง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา นราธิวาส เขต 1 เมื่อได้รับความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากทางโรงเรียนแล้ว ผู้วิจัย จัดเตรียมแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจำนวนอย่างครบถ้วน และประชุมชี้แจง ให้แก่ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลายได้รับทราบถึงวัตถุประสงค์ของการ วิจัย ขั้นตอนการใช้แบบทดสอบ และการเก็บรวบรวมข้อมูล หลังจากดำเนินการสอบนักเรียนเสร็จสิ้น แล้ว ผู้วิจัยตรวจสอบความถูกต้องครบถ้วนของแบบทดสอบ จากนั้นตรวจให้คะแนนด้วยผู้ตรวจ 2 คน คือ ผู้วิจัยและครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลายในโรงเรียน เพื่อนำผลการตรวจ ที่ได้ไปวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

คุณภาพของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอน ปลายที่สร้างขึ้นประกอบด้วยความเที่ยงในการตรวจให้คะแนน ความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของ แบบทดสอบ และความตรงตามสภาพ ในการวิเคราะห์ความสอดคล้องในการตรวจให้คะแนนระหว่าง ผู้ตรวจ 2 คน ผู้วิจัยวิเคราะห์ด้วยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson's Correlation Coefficient) การวิเคราะห์ความยากง่ายของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ใช้การ วิเคราะห์แบบอิงกลุ่ม โดยพิจารณาค่าเฉลี่ยความยากง่ายของข้อสอบรายข้อ สำหรับการวิเคราะห์ความ ตรงตามสภาพของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้วิธีการเปรียบเทียบคะแนน ระหว่างกลุ่มที่ทราบผล (known group) โดยเปรียบเทียบคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกับต่ำ กำหนดเกณฑ์จุดตัดที่เกรดเฉลี่ย สะสมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนตั้งแต่ 3.41 และมีการเปรียบเทียบผลด้วยการทดสอบที่แบบ ประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

ผลการวิจัย

ผลการตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา

ผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลาย จำนวน 1 ฉบับ ประกอบด้วยคำถามแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนรูบริคส์แบบแยกองค์ประกอบ เนื้อหาของแบบทดสอบมุ่งวัดทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ผลการตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์ในการวัดด้วยดัชนีความสอดคล้อง IOC พบว่า มีรายการคำถามที่ผ่านเกณฑ์ 0.7 จำนวน 8 ข้อ จากคำถาม 10 ข้อ ผู้วิจัยพิจารณาเลือกข้อคำถามที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพและมีความเหมาะสมในการนำมารวมเป็นแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ เลือกข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะว่าเป็นโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ มีความเหมาะสม และเป็นสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน รวมถึงปรับโจทย์ปัญหาตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ ไม่ว่าจะเป็นการใช้คำที่อาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสน หรือการใช้ตัวอย่างที่ขัดกับบริบทในพื้นที่ สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบตามแนวคิดโพลยาที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนั้น ผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่าเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมดี สามารถนำไปใช้ประเมินทักษะการคิดแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ได้

ผลการวิเคราะห์ความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก

ผู้วิจัยได้นำข้อคำถามที่ผ่านการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหามารวมเป็นแบบทดสอบ จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัยจำนวน 60 คน เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ผลการวิเคราะห์คะแนนสอบของนักเรียนในภาพรวม พบว่า คะแนนจากผู้ตรวจ 2 คน มีค่าความสัมพันธ์ระดับสูง ($r_{xy}=0.99, p<.001$) ในการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อสอบ อัตนัยแบบอิงกลุ่ม จำแนกนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มสูง (H) และกลุ่มต่ำ (L) จากคะแนนรวมทั้ง 5 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีจำนวนเท่ากันกลุ่มละ 30 คน จากนั้นวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อแล้วจึงวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยคำนวณจากค่าเฉลี่ยความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบรายข้อ และได้วิเคราะห์ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบด้วยวิธี Cronbach's Alpha

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบทั้งฉบับซึ่งคำนวณมาจากค่าเฉลี่ยความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกรายข้อ พบว่า ในภาพรวมแบบทดสอบค่อนข้างง่าย และมีค่าอำนาจจำแนกพอใช้ได้ โดยแบบทดสอบมีค่าความยากง่ายทั้งฉบับเท่ากับ 0.67 และค่าอำนาจจำแนกทั้งฉบับเท่ากับ 0.28 แบบทดสอบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีค่าความเที่ยงด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาคเท่ากับ 0.80 เมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบรายข้อ พบว่า ข้อสอบส่วนใหญ่ค่อนข้างง่าย และจำแนกพอใช้ได้ ได้แก่ ข้อสอบข้อที่ 2, 3 และ 4 ข้อสอบที่ง่ายที่สุด คือ ข้อที่ 1 มีค่าความยากง่ายเท่ากับ 0.82 และค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.22 และข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายเหมาะสมที่สุด คือ ข้อที่ 5 โดยมีค่าความยากง่ายระดับปานกลาง และจำแนกพอใช้ได้ ซึ่งมีค่าความยากง่ายเท่ากับ 0.47 และค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.35 ดังผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 คุณภาพข้อสอบรายข้อและทั้งฉบับ

ข้อที่	กลุ่มสูง (N _H =30)		กลุ่มต่ำ (N _L =30)		P _H	P _L	P _i	R _i	คุณภาพข้อสอบ
	ΣH	ΣT _H	ΣL	ΣT _L					
1	335	360	257	360	0.93	0.71	0.82	0.22	ง่ายมาก จำแนกพอใช้ได้
2	316	360	233	360	0.88	0.65	0.77	0.23	ค่อนข้างง่าย จำแนกพอใช้ได้
3	291.5	360	193	360	0.81	0.54	0.68	0.27	ค่อนข้างง่าย จำแนกพอใช้ได้
4	273.5	360	162.5	360	0.76	0.45	0.61	0.31	ค่อนข้างง่าย จำแนกพอใช้ได้
5	232	360	104	360	0.64	0.29	0.47	0.35	ยากง่ายปานกลาง จำแนกพอใช้ได้
ทั้งฉบับ	289.6	360	189.9	360	0.80	0.53	0.67	0.28	ค่อนข้างง่าย จำแนกพอใช้ได้

ผลการตรวจสอบความตรงตามสภาพ

ในการวิเคราะห์ความตรงสภาพผู้วิจัยใช้วิธีการเปรียบเทียบคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มทั่วไปกับกลุ่มทราบผล (known group) ผู้วิจัยได้จำแนกนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ตามระดับเกรดเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนที่ได้เกรดตั้งแต่ 3.41 ขึ้นไปจะถือว่าเป็นกลุ่มทราบผลหรือมีผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานในส่วนนี้ว่า นักเรียนกลุ่มทราบผลจะมีค่าเฉลี่ยคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนทั่วไป ผลการตรวจสอบความเป็นปกติของการแจกแจงคะแนนทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วยการทดสอบ Shapiro-Wilk พบว่า คะแนนมีการแจกแจงแบบปกติทั้งในภาพรวมและจำแนกตามระดับชั้น เมื่อพิจารณาผลการตรวจสอบความเท่ากันของความแปรปรวนระหว่างกลุ่มด้วยการทดสอบ Levene's test พบว่า คะแนนในภาพรวมและคะแนนจำแนกตามระดับชั้นของนักเรียนกลุ่มทั่วไปและนักเรียนกลุ่มทราบผลมีความแปรปรวนเท่ากัน โดยผลการทดสอบไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนระหว่างกลุ่มด้วยการทดสอบที่แบบประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

ผลการวิเคราะห์คะแนนในภาพรวม พบว่า คะแนนของนักเรียนกลุ่มทั่วไปมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 35.92 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.96 คะแนน คะแนนของนักเรียนกลุ่มทราบผลมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 42.65 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.10 คะแนน ผลการเปรียบเทียบคะแนนของนักเรียนระหว่างกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มทราบผลมีคะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีค่าขนาดอิทธิพลมีขนาดปานกลาง [$t(58)=2.59, p=.006, d=0.68$] ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนกลุ่มทราบผลมีคะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีค่าขนาดอิทธิพลมีขนาดใหญ่ [$t(18)=3.30, p=.002, d=1.50$] ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 นักเรียนกลุ่มทราบผลมีคะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีค่าขนาดอิทธิพลมีขนาดใหญ่ [$t(18)=3.34, p=.002, d=1.52$] ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนกลุ่มทราบผลมีคะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีค่าขนาดอิทธิพลมีขนาดใหญ่ [$t(18)=3.30, p=.002, d=1.51$] ดังผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 2

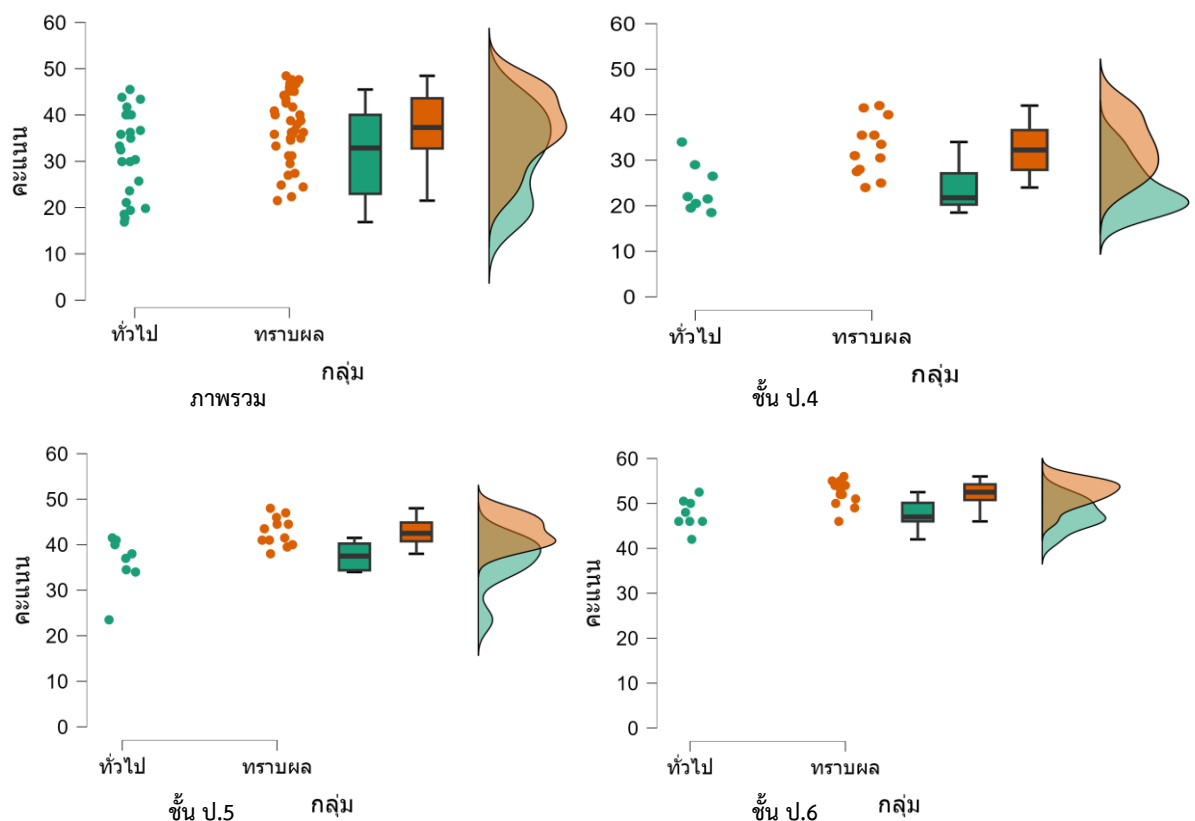
ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนสอบระหว่างกลุ่มนักเรียน

ระดับชั้น	กลุ่มทั่วไป		กลุ่มทราบผล		<i>t</i>	<i>df</i>	<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>				
ภาพรวม	35.92	10.96	42.65	9.10	2.59	58	.006	0.68
ป.4	23.94	5.40	32.83	6.22	3.30	18	.002	1.50
ป.5	36.19	5.84	42.88	3.18	3.34	18	.002	1.52
ป.6	47.63	3.33	52.25	2.90	3.30	18	.002	1.51

หมายเหตุ ผลการทดสอบ Levene's test ในภาพรวม: $F(1, 58)=1.90, p=0.17$
 ผลการทดสอบ Levene's test ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4: $F(1, 18)=0.31, p=0.58$
 ผลการทดสอบ Levene's test ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5: $F(1, 18)=1.43, p=0.25$
 ผลการทดสอบ Levene's test ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6: $F(1, 18)=0.23, p=0.64$

เมื่อพิจารณาการกระจายตัวคะแนนของนักเรียนในภาพรวมพบว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มทราบผลมีการกระจายอยู่ในช่วงคะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไป เมื่อพิจารณาการกระจายคะแนนของนักเรียนจำแนกตามระดับชั้นพบว่าการกระจายในลักษณะเดียวกัน แสดงให้เห็นว่าแบบทดสอบสามารถจำแนกกลุ่มผู้เรียนได้ชัดเจนระหว่างกลุ่มทราบผลกับกลุ่มทั่วไป แบบทดสอบสามารถวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายได้สอดคล้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังแผนภาพ

แผนภาพที่ 1 การกระจายของคะแนนนักเรียนกลุ่มทั่วไปและกลุ่มทราบผลด้วย Raincloud plot



สรุปผลการวิจัย

ผลการพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายสามารถสรุปได้ว่าแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อหา โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ผ่านเกณฑ์ 0.7 และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบที่พัฒนาขึ้นก็มีความเหมาะสมต่อการนำไปใช้เช่นเดียวกัน เมื่อนำแบบทดสอบที่ได้พัฒนาไปทดลองใช้กับตัวอย่างนักเรียน พบว่า ผู้ตรวจทั้ง 2 คน ให้คะแนนสอดคล้องกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยคะแนนรวมจากผู้ตรวจทั้งสองมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันเท่ากับ 0.99 เมื่อพิจารณาค่าความสัมพันธ์รายข้อ พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันอยู่ในช่วง 0.94-0.99 แสดงว่ามีความเที่ยงในการตรวจให้คะแนนสูง

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบทั้งฉบับด้วยการวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยแบบอิงกลุ่ม พบว่า ในภาพรวมแบบทดสอบค่อนข้างง่ายและมีค่าอำนาจจำแนกพอใช้ได้ โดยแบบทดสอบมีค่าความยากง่ายทั้งฉบับเท่ากับ 0.67 และค่าอำนาจจำแนกทั้งฉบับเท่ากับ 0.28 แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีค่าความเที่ยงด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาคเท่ากับ 0.80 เมื่อพิจารณาคุณภาพของแบบทดสอบในด้านความตรงตามสภาพด้วยวิธีการเปรียบเทียบคะแนนกับกลุ่มทราบผล พบว่า นักเรียนกลุ่มทราบผลมีค่าเฉลี่ยคะแนนสอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 [$t(58)=2.59, p=.006, d=0.68$]

อภิปรายผลการวิจัย

แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มีคุณภาพทั้งความตรงและความเที่ยง ผู้วิจัยได้ออกแบบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนโดยวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้ที่สำคัญจากตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ข้อสอบที่ได้จึงมีความเหมาะสม ขณะเดียวกันเกณฑ์ให้คะแนนที่ผู้วิจัยนำมาใช้พัฒนามาจากแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) ที่มีขั้นตอนการคิดชัดเจนเป็นระบบที่สัมพันธ์กัน มีความเป็นปรนัย และง่ายต่อการตรวจ เป็นผลให้คะแนนระหว่างผู้ตรวจสองคนมีความสัมพันธ์กันสูงหรือมีความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ (สุวิมล ว่องวาณิช, 2553) นอกจากนี้ คะแนนสอบที่ได้ยังมีความตรงตามสภาพพิจารณาได้จากผลการเปรียบเทียบทักษะการแก้โจทย์ปัญหาระหว่างกลุ่มนักเรียนที่พบว่า นักเรียนกลุ่มทราบผลซึ่งมีเกรดเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์สูงมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนกลุ่มทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจึงมีความตรงตามเนื้อหาในการสร้าง เกณฑ์ที่ใช้มีความเหมาะสม และผลคะแนนที่ได้มีความตรงสภาพเมื่อเปรียบเทียบกับเกรดเฉลี่ยของนักเรียน

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนามาจากแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) มีรูปแบบแตกต่างจากต้นฉบับแต่ยังคงมีประสิทธิภาพในการนำมาใช้ ถึงแม้ว่าขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยาจะได้รับความนิยมและใช้กันอย่างแพร่หลายทั่วโลกจากการศึกษางานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าการประยุกต์ใช้เกณฑ์ให้คะแนนของโพลยาอย่างหลากหลาย ดังงานวิจัยของ Troutman and Betty (1995) ที่ได้กำหนดขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจากแนวคิดของโพลยาในขั้นตอนการขยายผลและการบันทึกผลการแก้ปัญหา รวมถึงเกณฑ์ที่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) เสนอแนะให้ครูนำไปใช้ก็มีรูปแบบการให้คะแนนแตกต่างจากแนวคิดของโพลยา การปรับเกณฑ์มีจุดมุ่งหมายเพื่อความเหมาะสมกับบริบทการศึกษา ไม่ว่าจะเป็นหลักสูตรหรือผู้เรียน และเพื่อประสิทธิผลในการนำไปใช้ เกณฑ์ให้คะแนนที่ผู้วิจัยได้ออกแบบไว้ในการวิจัยครั้งนี้ก็เช่นเดียวกัน สามารถนำไปใช้ได้อย่างเหมาะสม มีความเที่ยงในการตรวจให้คะแนนสูง และสามารถวัดการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างถูกต้องตามขั้นตอนของโพลยา

ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบรายข้อและภาพรวมของแบบทดสอบที่พบว่าแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นค่อนข้างง่ายและจำแนกพอใช้ได้นั้นถือว่าแบบทดสอบมีคุณภาพเหมาะสมแล้ว ซึ่ง ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) อธิบายว่าข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีค่าสถิติเหมาะสมสำหรับการทดสอบในบริบทการทดสอบทั่วไป ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้พัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างเรียน (Formative Assessment) ตามแนวคิดการประเมินเพื่อการเรียนรู้ (Assessment for Learning) แบบทดสอบที่ใช้จึงมีความยากง่ายปานกลางหรือค่อนข้างง่ายเพื่อเสริมสร้างแรงจูงใจทางการเรียนและส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ระหว่างเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถฝึกแก้โจทย์ปัญหา และสามารถทำการทดสอบได้อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้สามารถพัฒนากระบวนการคิดและทราบข้อบกพร่องของตนเองจากเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจึงเป็นเครื่องมือสำคัญในการสนับสนุนและพัฒนานักเรียนมากกว่าการตัดสินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีลักษณะเป็นข้อสอบอัตนัยสามารถให้สารสนเทศที่สะท้อนทักษะความสามารถของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ อัมพร ม้าคอง (2553) กล่าวว่า การประเมินทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบปรนัยยังขาดสารสนเทศที่สะท้อนถึงทักษะความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน และไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิดอย่างเหมาะสม ขณะที่การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานั้นจำเป็นจะต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนการคิดตั้งแต่เริ่มต้นจนแก้ปัญหาสำเร็จ การประเมินผลทางคณิตศาสตร์ควรเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนและครู ผลการประเมินจึงควรสะท้อนถึงพัฒนาการในการเรียนรู้ของนักเรียนและสนับสนุนการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหลักการประเมินผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่สำคัญ (NCTM, 2000) ทั้งนี้ การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการหรือขั้นตอนที่นักเรียนได้คิดและลงมือทำเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา (Krulik & Reys, 1980) ดังนั้น การพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้โจทย์ปัญหาด้วยการใช้ข้อสอบอัตนัยจึงมีความเหมาะสมเนื่องจากเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงทักษะความสามารถออกมาในรูปแบบการเขียนตามขั้นตอนของโพลยาที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักทำความเข้าใจปัญหาด้วยการเขียนหรือวาดภาพโดยใช้ภาษาของนักเรียนเองก่อนเลือกวิธีการที่ดีที่สุดแล้วลงมือแก้ปัญหา ตรวจสอบความคิดและความถูกต้องของผลที่ได้อย่างสอดคล้องกัน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายซึ่งมีคุณภาพทั้งด้านความตรงและความเที่ยง โดยครูและผู้สนใจสามารถนำเครื่องมือดังกล่าวไปใช้ประเมินทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม แต่มี

ข้อเสนอแนะว่าควรนำแบบทดสอบไปใช้ประเมินผลการเรียนรู้ระหว่างเรียนหรือการทดสอบย่อยมากกว่าการประเมินสรุปรวบยอดหรือการทดสอบแข่งขัน เนื่องจากแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นมีความยากง่ายเหมาะสมกับการทดสอบทั่วไปมากกว่า โดยสามารถใช้แบบทดสอบควบคู่กับเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบที่พัฒนา เพื่อให้ทราบถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละขั้นตอน สามารถนำสารสนเทศจากการประเมินมาเป็นข้อมูลย้อนกลับในการพัฒนานักเรียนอย่างเหมาะสม นอกจากนี้ ในการนำไปใช้ควรกำหนดเวลาในการทำข้อสอบอย่างเหมาะสมข้อละ 10-15 นาที โดยเฉพาะกับนักเรียนที่มีปัญหาเรื่องการใช้ภาษาไทยควรให้เวลาเพิ่มเติม และนักเรียนสามารถเขียนตอบในลักษณะการวาดควบคู่กับการเขียนได้ขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของผู้นำไปใช้

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ซึ่งเป็นเพียงส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น ในการวิจัยครั้งต่อไป ควรมีการพัฒนาแบบทดสอบสำหรับวัดการคิดแก้ปัญหาเรื่องอื่น ๆ ที่สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพิ่มเติม เช่น ร้อยละ การวัด และสถิติเบื้องต้น ให้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเพื่อให้ครูมีเครื่องมือประเมินที่ครอบคลุมตลอดหลักสูตร

2. ในการวิจัยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาธนบุรีราช เขต 1 เพียง 1 โรงเรียนเท่านั้น จึงควรมีการขยายกลุ่มตัวอย่างให้มีขนาดใหญ่ขึ้นและครอบคลุมโรงเรียนในสังกัดเพื่อให้ผลการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือมีความถูกต้องและครอบคลุมบริบทของพื้นที่มากยิ่งขึ้น

3. ควรศึกษาผลการนำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นไปใช้จริงในชั้นเรียน โดยติดตามพัฒนาการทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อยืนยันประสิทธิผลของแบบทดสอบในฐานะเครื่องมือประเมินเพื่อการเรียนรู้ รวมถึงศึกษาความเป็นไปได้ในการพัฒนาแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในรูปแบบดิจิทัลเพื่อเพิ่มความสะดวกในการนำไปใช้และลดภาระการตรวจของครู รวมถึงช่วยให้นักเรียนได้ข้อมูลย้อนกลับอย่างเหมาะสมและรวดเร็ว

4. ถึงแม้ผลวิจัยครั้งนี้จะให้สารสนเทศที่เกี่ยวข้องกับคุณภาพของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ครอบคลุมทั้งความตรงและความเที่ยง แต่ผู้วิจัยมีความเห็นว่ายังคงมีเทคนิคหรือวิธีการทดสอบที่มีความซับซ้อนอีกหลายวิธีที่ผู้สนใจสามารถนำไปใช้ต่อยอดสำหรับการศึกษาในอนาคตได้ ไม่ว่าจะเป็นการใช้ Corrected item-total correlation สำหรับข้อสอบอัตนัยที่คะแนนเป็นแบบต่อเนื่อง หรือการใช้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ ซึ่งจะทำได้สารสนเทศการทดสอบที่มีความถูกต้องลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- กมลวรรณ ตั้งธนากานนท์. (2557). *การวัดและประเมินทักษะการปฏิบัติ*. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 1). โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด
- ชญาทิพย์ ชูช่วย. (2563). *การพัฒนาแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยประยุกต์ใช้แนวคิดทฤษฎีการสรุปอ้างอิงความน่าเชื่อถือผลการวัด*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยนเรศวร]. <http://www.edu.nu.ac.th/th>
- ญดาภัก กิจทวี. (2551). *การศึกษาผลการเรียนรู้และทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง เศรษฐศาสตร์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศิลปากร]. <https://sure.su.ac.th>
- บุญญิสรา แซ่หล่อ. (2564). *คณิตศาสตร์ศึกษา การเรียนรู้เพื่อชีวิต* (พิมพ์ครั้งที่ 2). แดเน็กซ์อินเตอร์คอร์
- ปอเรน ประเสริฐ ต้นสกุล. (2551). *ทักษะประกอบตน*. <http://www.aspacngo.org/unload/events/jamming/6pdf>.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ].
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2564). *เทคนิคการวัดและประเมินผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 1). เพชรเกษมการพิมพ์
- พิไลพร แซ่ม้อย. (2552). *การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาปทุมธานี เขต 2*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. https://gsmsis.snru.ac.th/e-thesis/file_att1/2023020760421249116_fulltext.pdf
- มณฑนา พรหมรักษ์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD). 35454. <https://digital.car.chula.ac.th/chulaetd/35454>
- มณฑรา ธรรมบุษย์. (2551). *การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-based Learning)*. *วารสารวิชาการ*, 5(2), 11–17.
- รัตติกาล ลิทธิยศ. (2560). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS เรื่อง โลกและการเปลี่ยนแปลง เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. [สารนิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยนเรศวร]. <http://www.edu.nu.ac.th>
- ราชบัณฑิตยสภา. (2558). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา*. สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.
- วรรณภา เหล่าไพศาลพงศ์. (2554). *การศึกษาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและความสนใจในการเรียนภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้แบบกระบวนการแก้ปัญหากับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. <https://ir.swu.ac.th>
- วิไล โพธิ์ชื่น. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน*. [วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศิลปากร]. <http://www.thapra.lib.su.ac.th/thesis>
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม* (พิมพ์ครั้งที่ 7). โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- ศิลากาญจน์ รุ่งเรือง. (2559). *การพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาประยุกต์ทางคณิตศาสตร์และทักษะการทำงานร่วมกัน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่].
<http://www.cmruir.cmru.ac.th>
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2564). *ระบบประกาศและรายงานผลสอบโอเน็ต*.
<http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางการจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- สุวิมล ว่องวานิช. (2546). การประเมินการปฏิบัติงาน. ใน สุวิมล ว่องวานิช (บ.ก.), *การประเมินผลการเรียนรู้แนวใหม่* (น.215–240). โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมศักดิ์ ฤทธิการวรรณ. (2544). *การยัดนักเรียนเป็นศูนย์กลางและการประเมินตามสภาพจริง*. สำนักพิมพ์ THE KNOWLEDGE CENTER
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2550). *แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน*. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด
- อมินตรา หลุมนา. (2563). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับแบบฝึกทักษะของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม].
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- Johnson, A., & Swingby, G. (2007). The use of scoring rubrics: Reliability, validity and educational consequences. *Educational research Review*, 2(2), 130–144.
- Krulik, S. & Reys, R.E. (1980). *Problem solving in school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics: National council of teachers of mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. (1973). *How to solve It: A new aspect of mathematical method* (2nd ed). Princeton University Press.
- Polya, G. (1980). *On solving mathematical problems in high school*. In S. Krulik & R.E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Troutman, A. P., & Betty, K. L. (1995). *Mathematics: A Good Beginning*. Brooks/Cole.

